DOI:10.19938/j.steelpipe.1001-2311.1992.04.011

长芯棒连轧管变形区金属的三维塑性流动

兰兴昌 刘宏民 连家创
（燕山大学）

采用条元法，以长芯棒连轧管轧制变形区的出口环向位移作为待定参数，根据能量最小原理，求出出口环向位移的最优解，进而确定变形区塑性流动速度场。条元法具有计算准确、费用低、输入数据简单等特点，为长芯棒连轧管塑性理论分析提供了一种新的、有效的计算方法。

关键词 连轧管机 长芯棒轧制 变形区 力能分析 金属三维塑性流动

THREE-DIMENSIONAL PLASTIC FLOW OF METAL IN DEFORMATION ZONE DURING LONG-MANDREL CONTINUOUS TUBE-ROLLING

Lan Xingchang Liu Hongmin Lian Jiachuang
(Yanshan University)

Taking the circumferential displacement at outlet of deformation in long-mandrel continuous tube-rolling as a parameter to be determined, the author derived the optimum solution of the displacement according to the minimum energy principle by applying the strip-element method and then further determined the plastic flow speed field of the deformation zone. The strip-element method, due to such features as accurate calculation, low cost and simplified data-input, surely becomes a new efficient calculation method for theoretical plastic analysis in long-mandrel continuous tube-rolling.

Key words mandrel mill long-mandrel tube-rolling deformation zone performance analysis three-dimensional metal flow

1 前言

采用长芯棒连轧管时，由于变形区内的荒管存在一根不变形的长芯棒（不考虑芯棒的弹性压扁变形），因而使得变形区内金属流动较其他轧制更为复杂，并给轧管工艺的理论解析带来很多困难。从轧管变形过程来看，要想详细描述荒管变形速度场，就必须采用三维塑性理论。同时，还要全面考虑轧制时荒管侧壁的自由变形（即非接触变形），轧辊与荒管、芯棒与荒管之间接触面积变化和芯棒与轧辊的速度差等因素的影响。

迄今为止，数值解法已被广泛地应用于连轧管工艺中，并取得一定进展，但大多数研究还主要集中于钢管的宏观变形[1,2]。M.Akiyama等人采用刚塑性有限元法，分析了连轧管时轧制金属的流动[3]。但是，有限元法的缺点是计算时间长、费用高、输入数据多。为了克服这一缺点，本文采用条元法[4]分析长芯棒连轧管塑性变形，并以限动芯棒轧制时金属的三维塑性流动为例进行研究。

2　荒管变形区几何参数的确定

2.1 基本假设

（1）轧制过程为稳定对称轧制，研究时仅取其1/4；

（2）轧件为理想刚塑性材料，轧辊及芯棒为绝对刚体。不考虑在入口区之外，由于轧辊与轧件部分接触而引起的轧件在圆周方向上的塑性弯曲变形（即压扁变形）；

（3）纵向流速及径向应变沿钢管壁厚方向保持不变。

2.2 荒管变形区长度的确定

以直线侧壁圆孔型轧管为例（图1），对于任意角度θ，轧辊与荒管开始接触点处的

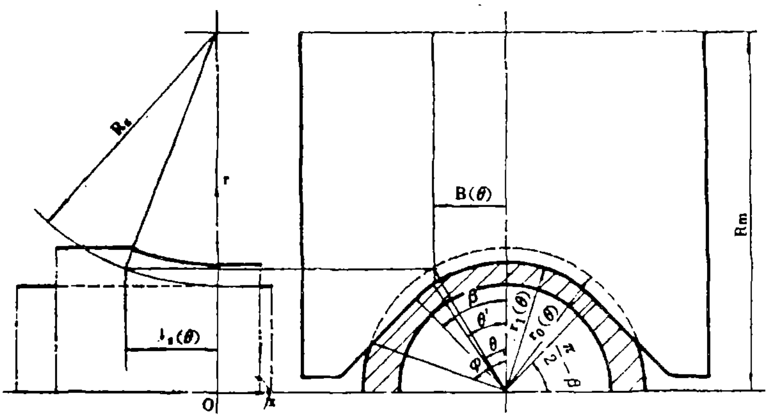


图1　直线侧壁孔型轧管接触区长度

轧辊孔型宽度B(θ)为

$$B(\theta)=r_0(\theta)\sin\theta \qquad (1)$$

由此可得轧辊孔型相应宽度处所对应的圆心角θ′

$$\begin{cases}\theta'=\arcsin[r_0(\theta)\sin\theta/r_m] \\ \qquad B(\theta)\leqslant r_m\sin\beta \\ \theta'=\mathrm{arctg}[B(\theta)\cos\beta/(r_m-B(\theta)\sin\beta)] \\ \qquad B(\theta)>r_m\sin\beta\end{cases} \qquad (2)$$

式中　$r_0(\theta)$——入口角θ处钢管外径

r_m——轧辊孔型高度之半

β——轧辊孔型的开口角

则变形区长度$l_s(\theta)$为

$$\begin{cases}l_s(\theta)=R_s\sin\{\arccos[(R_m-r_0(\theta)\cos\theta)/R_s]\} \quad 0\leqslant\theta\leqslant\varphi \\ l_s(\theta)=l_s(\varphi) \quad \varphi<\theta\leqslant\pi/2\end{cases} \qquad (3)$$

式中　$\begin{cases}R_s=R_m-r_m\cos\theta' \quad 0\leqslant\theta'\leqslant\beta \\ R_s=R_m-r_m\cos\theta'/\cos(\theta'-\beta) \\ \qquad \beta<\theta'\leqslant\varphi\end{cases}$

R_m——轧辊中心距之半

φ——出口处轧辊与钢管的分离角

2.3 轧件出入口截面壁厚分布

如图2所示，轧件出口截面壁厚可由几何关系求出

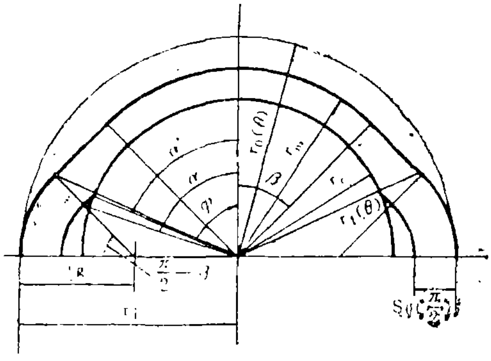


图2　轧件出口截面形状示意图

$$
\begin{cases}
S_1(\theta)=r_m-r_c & 0\leqslant\theta\leqslant\beta \\
S_1(\theta)=r_m/\cos(\theta-\beta)-r_c & \beta<\theta\leqslant\varphi \\
S_1(\theta)=r_g\cos(\theta-\gamma)/\cos\theta-r_c & \varphi<\theta\leqslant\alpha' \\
S_1(\theta)=r_g\cos(\theta-\gamma)/\cos\theta-(r_m-S_0)/\cos(\theta-\beta) & \alpha'<\theta\leqslant\alpha \\
S_1(\theta)=r_g\cos(\theta-r)/\cos\theta-(r_g-S_0)\cos(\theta-\gamma')/\cos\theta & \alpha<\theta\leqslant\pi/2
\end{cases}
\quad (4)
$$

式中 $\varphi=\arccos[r_m/\sqrt{r_i^2-2r_ir_g+2r_g(r_i-r_g)\sin\beta+2r_g^2}]+\beta$

$\alpha=\arccos[(r_g-S_0)\cos\beta/\sqrt{(r_g-S_0)^2+(r_i-r_g)^2+2(r_g-S_0)(r_i-r_g)\sin\beta}]+\beta$

$\gamma=\arcsin[(r_i-r_g)\cos\theta/r_g]$

$\gamma'=\arcsin[(r_i-r_g)\cos\theta/(r_g-S_0)]$

$\alpha'=\arccos[(r_m-S_0)/r_c]+\beta$

$r_i=r_g+(r_m-r_g)/\sin\beta$（宽展量$\Delta b=2[r_i-r_0(\pi/2)]$）

r_c——芯棒半径

r_g——钢管非接触变形区圆弧半径，为待定参数，用优化方法计算

荒管入口壁厚$S_0(\theta)$，对于第1机架为轧件的原始壁厚；对第2及以后各架次等于前一机架轧件的出口壁厚，即有

$$S_0^i(\theta)=S_0^{i-1}\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\quad i=2、3、4\cdots L \quad (5)$$

式中 L——连轧管机机架总数

2.4 变形区内各点壁厚分布

对于轧辊与轧件相接触的接触变形区中的任一θ角，荒管外表面某点（θ，x）所对应的孔型宽度B(θ，x)可根据下式迭代求出

$$R_g^2-x^2=(R_m-B(\theta,x)\mathrm{ctg}\theta)^2 \quad (6)$$

$$
\text{式中}\ \begin{cases}
R_x=R_m-\sqrt{r_m^2-B^2_{(\theta,x)}} & B(\theta,x)\leqslant r_m\sin\beta \\
R_x=R_m-r_m\cos\beta+(B(\theta,x)-r_m\cdot\sin\beta)\mathrm{tg}\beta & B(\theta,x)>r_m\sin\beta
\end{cases}
$$

荒管外径r_{mA}可由下式得到

$$r_{mA}=B(\theta,x)/\sin\theta \quad (0\leqslant\theta\leqslant\varphi) \quad (7)$$

按荒管与芯棒接触与否，可把变形区分为减壁区和减径区。在减径区，荒管与芯棒不接触，可认为荒管在该区只减径不减壁（或增壁）。在减壁区，因荒管与芯棒接触，荒管在该区既减径又减壁。因此有下式

$$
\begin{cases}
S(\theta,x)=r_{MA}-r_c & |x|\leqslant l_c(\theta) \\
S(\theta,x)=S_0(\theta) & |x|>l_c(\theta)
\end{cases}
\quad 0\leqslant\theta\leqslant\varphi \quad (8)
$$

式中 $l_c(\theta)$——荒管与芯棒的接触长度

对于轧辊与荒管不接触的非接触变形区，各点壁厚及外径可按二次曲线形式给出

$$
\begin{cases}
r_{MA}=r_1(\theta)+[r_0(\theta)-r_1(\theta)]x^2/l_g^2(\theta) \\
S(\theta,x)=S_1(\theta)+[S_0(\theta)-S_1(\theta)]x^2/l_g^2(\theta)
\end{cases}
\quad \varphi<\theta\leqslant\pi/2 \quad (9)
$$

式中 $r_1(\theta)$，$r_0(\theta)$——荒管出、入口截面外径

对于用其他孔型轧制时，各参数可用同样方法计算。

3 变形区内金属流动速度及应变速度

3.1 环向位移函数的设定

变形区内金属的环向流动对前后张力的环向分布和环向单位摩擦力的分布影响很大，从而影响对单位轧制力、纵向单位摩擦力以及其他参数的准确计算。因此，研究金属三维变形问题首先需要确定变形区的环向位移。

假设变形区内的环向位移函数$V(r,\theta,x)$为

$$V(r,\theta,x)=\left(1-3\frac{x^2}{l_s^2}-2\frac{x^2}{l_s^3}\right)\phi(\theta)r/r_{Mi} \qquad (10)$$

式中 r_{Mi}——荒管内表面半径

$\phi(\theta)$——荒管出口内表面环向位移（为待定函数）

为确定$\phi(\theta)$，将变形区划分为$n-1$个夹角相等的纵向条元（图3），其节线上的

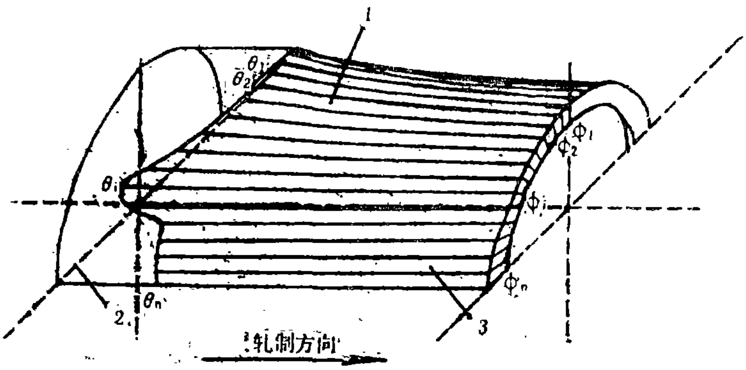


图3 变形区条元分割模型

1—接触变形区 2—刚性区 3—非接触变形区

$\phi(\theta_i)$用ϕ_i表示。假设$\phi(\theta)$沿条元环向按线性变化，则有

$$\phi(\theta)=\phi(\theta_i)+\frac{\phi(\theta_{i+1})-\phi(\theta_i)}{\theta_{i+1}-\theta_i}(\theta-\theta_i) \qquad (11)$$

$$\phi(\theta)=\phi_i+\frac{\phi_{i+1}-\phi_i}{\Delta\theta}(\theta-\theta_i) \qquad (12)$$

式中 $\Delta\theta=\theta_{i+1}-\theta_i=\pi/2(n-1)$

由（12）式确定的环向位移函数$V(r,\theta,x)$应满足

$$\begin{cases}V(r,\theta,-l_s)=0 & \text{（入口截面）}\\ V(r_{Mi},\theta,0)=\phi(\theta) & \text{（出口内表面）}\end{cases} \qquad (13)$$

由对称性条件，$\phi(\theta)$应满足边界条件

$$\begin{cases}\phi_1=\phi(0)=0\\ \phi_n=\phi(\pi/2)=0\end{cases} \qquad (14)$$

3.2 变形区金属三维流动速度

假定出口断面金属纵向流动速度沿整个断面均匀分布（用ω_1表示），则由秒流量相等原则，可求出变形区内金属的纵向流速$\omega(\theta,x)$

$$\omega(\theta,x)=\omega_1[r_1^2-(r_1-s_1)^2]\left(1+\frac{\partial V}{\partial\theta}\cdot\frac{1}{r}\bigg|_{x=0}\right)\bigg/(r_{MA}^2-r_{Mi}^2)\left(1+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V}{\partial\theta}\right) \qquad (15)$$

式中 $\omega_1=2\pi\omega R_d(1+\eta_d)$

R_d——轧辊孔型底部轧辊半径

ω——轧辊角速度

η_d——孔型底部处荒管的前滑系数

径向流速$u(r,\theta,x)$可根据基本假设（3）及轧辊和芯棒对轧件的几何约束条件得到

$$\begin{cases}u(r,\theta,x)=-\omega(\theta,x)\operatorname{tg}\alpha\cos\theta\cdot(r-r_c)/S(\theta,x) & |x|\leqslant l_c(\theta)\quad 0\leqslant\theta\leqslant\varphi\\ u(r,\theta,x)=-\omega(\theta,x)\operatorname{tg}\alpha\cos\theta & |x|>l_c(\theta)\quad 0\leqslant\theta\leqslant\varphi\\ u(r,\theta,x)=\omega(\theta,x)\dfrac{r-r_c}{r_0}\cdot\dfrac{\partial r_{MA}}{\partial x} & \varphi<\theta\leqslant\pi/2\end{cases} \qquad (16)$$

式中 $\alpha=\operatorname{arctg}[-x/(R_M-r_{MA}\cos\theta)]$

环向流速$v(r,\theta,x)$有下式存在

$$v(r,\theta,x)=\frac{dV}{dt}=\frac{\partial V}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial V}{\partial \theta}\frac{d\theta}{dt}+\frac{\partial V}{\partial r}\frac{dr}{dt} \tag{17}$$

考虑到 $\frac{dr}{dt}=u(r,\theta,x)$

$\frac{d\theta}{dt}=v(r,\theta,x)/r$

$\frac{dx}{dt}=\omega(\theta,x)$

则有

$$v(r,\theta,x)=\left(\frac{\partial V}{\partial x}\omega(\theta,x)+\frac{\partial V}{\partial r}u(r,\theta,x)\right)\Big/\left(1-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\right) \tag{18}$$

3.3 接触表面相对滑动速度

变形金属相对轧辊表面的滑动速度为

$$V_R=\sqrt{V_{Rx}^2+V_{R\theta}^2+V_{Rr}^2} \tag{19}$$

式中 $V_{Rx}=\omega(\theta,x)-v_R\cos\alpha$

$V_{R\theta}=v(r_{MA},\theta,x)-v_R\sin\alpha\sin\theta$

$V_{Rr}=u(r_{MA},\theta,x)-v_R\sin\alpha\cos\theta$

v_R——轧辊孔型表面线速度（$v_R=2\pi\omega R(\theta)$）

变形金属相对芯棒表面的相对滑动速度为

$$V_M=\sqrt{V_{Mx}^2+V_{M\theta}^2} \tag{20}$$

式中 $V_{Mx}=\omega(\theta,x)-v_c$

$V_{M\theta}=v(r_{Mi},\theta,x)$

v_c——芯棒的限动速度

本文前述的金属流动速度在入口及减壁与减径区分界面上存在速度间断V_{t1}和V_{t2}

$$\begin{cases}V_{t1}=u(r,\theta,-l_s)\\ V_{t2}=|u_j-u_b|\end{cases} \tag{21}$$

式中 u_j、u_b——分别为$x=-l_c$处减径区和减壁区的金属径向流速

3.4 变形区金属应变及剪应变速度

变形区金属的应变及剪应变速度可按下式求出

$$\begin{cases}\xi_r=\dfrac{\partial u(r,\theta,x)}{\partial r}\\ \xi_\theta=\dfrac{\partial v(r,\theta,x)}{r\partial\theta}+\dfrac{u(r,\theta,x)}{r}\\ \xi_x=\dfrac{\partial\omega(\theta,x)}{\partial x}\end{cases} \tag{22}$$

$$\begin{cases}\eta_{r\theta}=\dfrac{\partial v(r,\theta,x)}{\partial r}+\dfrac{\partial u(r,\theta,x)}{r\partial\theta}-\dfrac{v(r,\theta,x)}{r}\\ \eta_{\theta x}=\dfrac{\partial v(r,\theta,x)}{\partial x}+\dfrac{\partial\omega(\theta,x)}{r\partial\theta}\\ \eta_{xr}=\dfrac{\partial\omega(\theta,x)}{\partial r}+\dfrac{\partial u(r,\theta,x)}{\partial x}\end{cases} \tag{23}$$

4 出口环向位移的确定

上述的流动速度、应变速度等参数都是出口环向位移的函数。环向位移可根据能量最小原理采用优化方法计算。

4.1 荒管轧制时的总变形功率

由于出口纵向流速沿环向不变，因而使前张力的总功率为一常量；在入口纵向流速沿环向变化微小时，后张力的总功率近似为一常量，其变分皆为零。对于本文所研究的问题来说，轧制总变形功率包括3部分：塑性变形功率N_p、接触表面摩擦功率N_f和速度间断面上的变形功率N_t。其关系式为

$$\begin{cases}N_p=\sum\limits_{i=1}^{n-1}\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}}\int_{-l_{si}}^{0}K\Gamma_f(r_{MA}^2-r_{Mi}^2)/2\cdot dx\,d\theta\\ N_f=\sum\limits_{i=1}^{M}\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}}\int_{-l_{si}}^{0}FV_Rr_{MA}dx\,d\theta+\sum\limits_{i=1}^{M'}\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}}\int_{-l_{si}}^{0}F'V_Mr_c\cdot dx\,d\theta\\ N_t=\sum\limits_{i=1}^{n-1}\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}}KV_{t1}(r_{MA}^2-r_{Mi}^2)/2d\theta+\sum\limits_{i=1}^{M'}\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}}KV_{t2}(r_{MA}^2-r_{Mi}^2)/2\,d\theta\end{cases} \tag{24}$$

式中　$l_{si}=[l_s(\theta_i)+l_i(\theta_{i+1})]/2$

　　K、Γ_i——分别为变形抗力和剪应变速度强度

　　F、F′——分别为荒管与轧辊、荒管与芯棒表面的单位轧制摩擦力

　　M、M′——分别为荒管与轧辊、荒管与芯棒相接触的条元个数

总变形功率$N_{总}$为

$$N_{总}=N_p+N_f+N_t \qquad (25)$$

4.2 优化求解条元节线出口环向位移

利用设定的环向位移 $\phi_i(i=2,3,\cdots,n-1)$，在确定出金属的流动速度及应变速度后，将Levy-Mises塑性流动方程和Von.Mises塑性条件及力的边界条件代入平衡微分方程式，即可求出轧辊与荒管、芯棒与荒管之间的单位轧制力P、P_m 和摩擦力 τ、τ_m（详细推导见文献〔5〕）。这样，从（25）式中可以看出，总变形功率仅是环向位移函数ϕ_i 和r_g的函数。于是（25）式可写成

$$N_{总}=N(\phi_2,\phi_3,\cdots,\phi_{n-1},r_g) \qquad (26)$$

根据能量最小原理，真实的出口环向位移应使总功率最小，即满足 $N_{min}=N(\phi_2,\phi_3,\cdots\phi_{n-1},r_g)$ 的 ϕ_2，ϕ_3，ϕ_4，$\cdots\phi_{n-1}$，r_g 值为条元法的最优解。

这是一个无约束优化问题，本文选用差商变尺度法求解，其程序框图见图 4 。

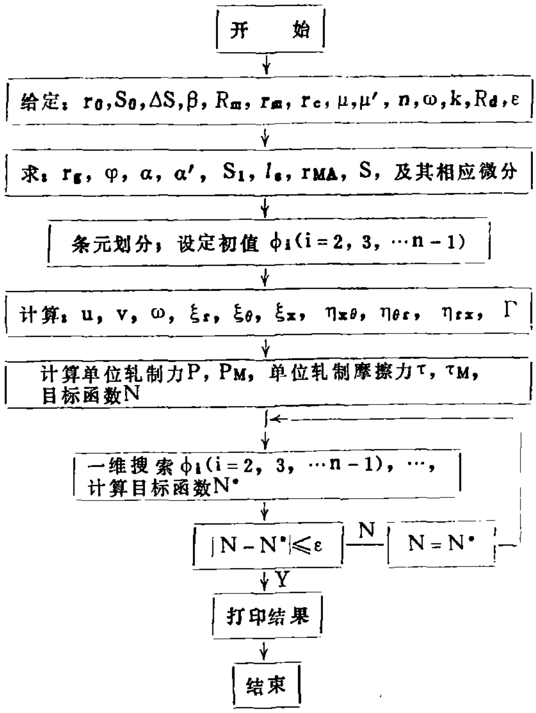


图 4　条元法计算程序框图

4.3 算例及计算结果

采用条元法对文献〔6〕中实验（代号 6 ）的数据进行计算，得到了变形区金属流动速度场等结果（表 1 和图5～8 ）。由表 1 可以看出，荒管宽展量的计算值与实测值间的误差小于10%。为更好地与实验对比，文中给出了单位轧制力的计算值与实验值的对比图 9，由此可以看出，计算值与实测值基本相符。

表1　用条元法计算的限动芯棒连轧管参数

参数	r_0 (mm)	S_0 (mm)	r_1 (mm)	S_1 (mm)	r_c (mm)	T_0 (℃)	ΔS (mm)	β (°)	R_M (mm)	n	钢管出口宽度(mm) 实测值	计算值
数值	22	7	18.5	3.5	13.35	1050	1.85	45	108	10	45.75	45.66

5　结论

条元法可优化计算限动芯棒连轧管时变形区内金属的三维流动，计算结果与实验值较为吻合。另外还具有计算成本低，输入数据少等优点。这是一种求解长芯棒连轧管时变形区金属流动的可行方法。

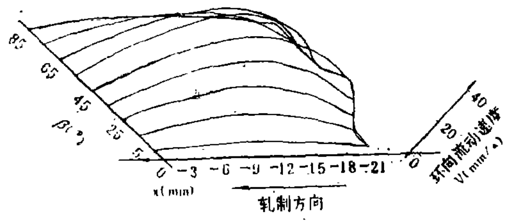


图5　变形区金属环向流动速度

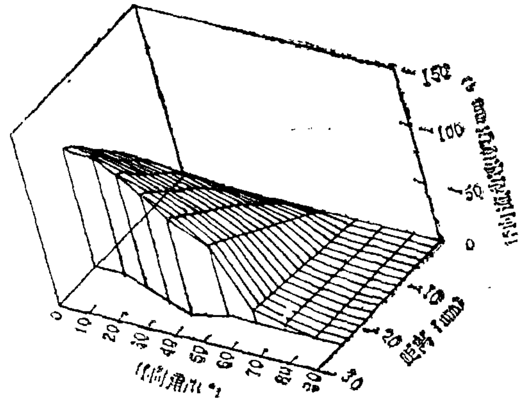


图6　变形区金属径向流动速度

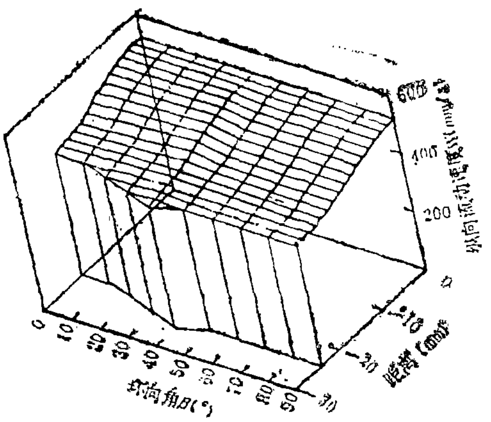


图7　变形区金属纵向流动速度

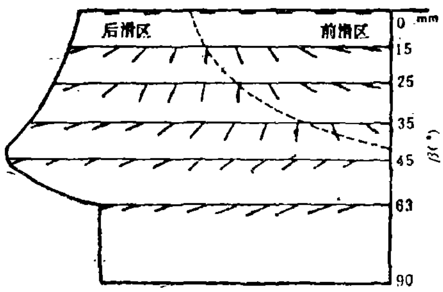
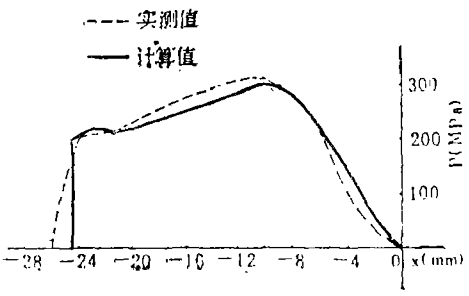


图8　金属相对孔型表面滑动趋势



——计算值；－－实测值

图9　孔型底部单位轧制力和摩擦力

6　参考文献

1 冈本丰彦．マンドレルミルの塑性论．住友金属，1971，23（4）

2 林千博．マンドレルミルレにおける管の压延理论と计算机制御．塑性と加工，1983，24：273

3 M.Akiyama等。轧管过程的三维刚塑性有限元分析和试验研究．钢管，1989增刊

4 刘宏民等．分条离散法求解带材轧制时的前张力横向分布．冶金设备，1985（1）

5 兰兴昌等．限动芯棒连轧管机轧制变形区金属的塑性流动及应力分析．东北重型机械学院学报，1992（1）

6 朱之超等．圆孔型轧管变形区单位压力及摩擦的实验研究．钢铁，1981（12）

（收稿日期：1991－05－21）